ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича»

Факультет инфокоммуникационных сетей и систем

Кафедра теоретических основ связи и радиотехники

Расчёт основных характеристик цифровой системы связи с использованием квадратурной модуляции

Учебная дисциплина «Теория электрической связи»

Курсовая работа

Студент группы ИКТО-91 Копыл А. В.
зачетная книжка № 1905141

Руководитель ____________________

Санкт-Петербург 2021

Содержание

Цель курсовой работы – изучить и разработать систему цифровой связи, оптимальную в отношении флуктуационной помехи и исключающую появления межсимвольной помехи.

1 Структурная схема системы цифровой связи

Система связи предназначена для передачи аналоговых сообщений по цифровому каналу связи.

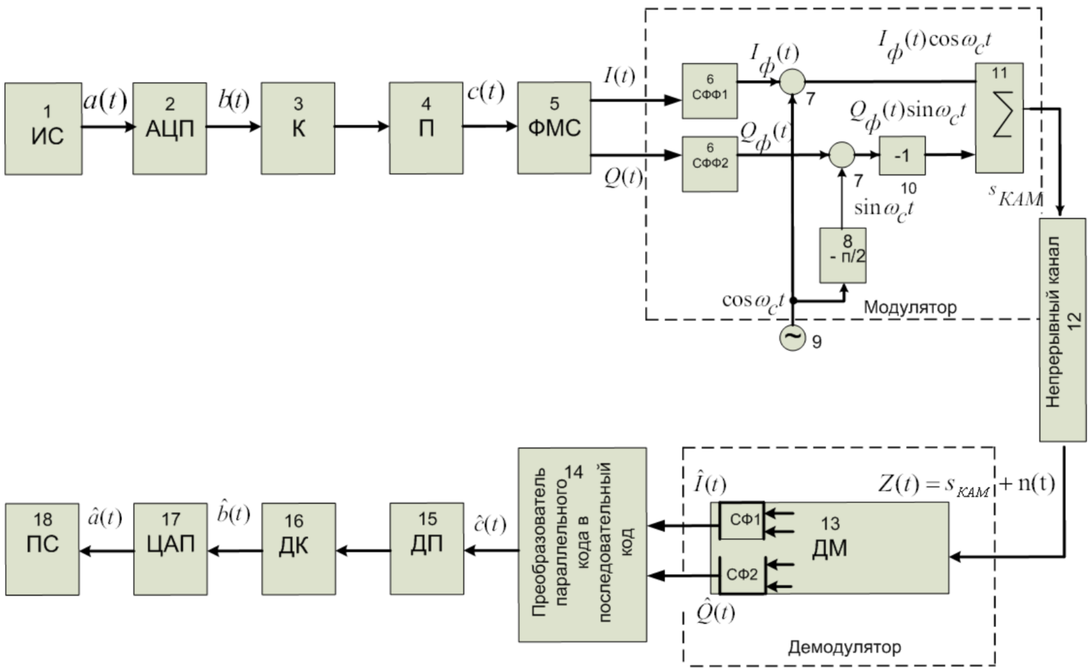

Рис. 1: Структурная схема цифровой системы связи

В систему входят следующие функциональные узлы с последующими назначениями:

- Источник сообщений – создает реализации $a(t)$ случайного процесса $A(t)$.
- Аналого-цифровой преобразователь – преобразует аналоговый сигнал от источника сообщения в последовательность двоичных отсчетов $b(t)$.

- Кодер – включает в цифровой поток от АЦП дополнительные символы, предназначенные для повышения помехоустойчивости системы связи;

- Формирователь модулирующих символов – служит для получения модулирующих сигналов $I(t)$ и $Q(t)$, соответствующих заданному виду модуляции;

- Сглаживающие формирующие фильтры (СФФ1, СФФ2);

- Перемножители – для получения БМ сигналов: синфазного $I(t) \cos \omega_C t$ и квадратурного $Q(t) \sin \omega_C t$.

- Фазовращатель – для получения второго несущего колебания, ортогонального по отношению к первому;

- Генератор гармонических колебаний – для получения несущего колебания;

- Инвертор;

- Сумматор – для объединения синфазного и квадратурного сигналов в единый сигнал с квадратурной модуляцией $S_{KAM}(t) = I(t) \cos \omega_C t + Q(t) \sin \omega_C t$;

- Непрерывный канал – среда распространения сигнала $S_{KAM}(t)$;

- Демодулятор – для анализа приходящего сигнала, искаженного помехами, и принятии решения о переданном сообщении;

- Преобразователь параллельного кода в последовательный код – для преобразования сигнала с выхода демодулятора в последовательный формат кодовых комбинаций;

- Декодер – для исправления части ошибок, возникших при приёме сообщения $\hat{b}(t)$ вследствие влияния помех;

- Цифро-аналоговый преобразователь – для восстановления аналоговой формы сигнала $\hat{a}(t)$ из его цифрового представления;

- Получатель сообщений.

2 Исходные данные

$m = 41$

Предельные уровни аналогового сигнала $a_{мин}$, $a_{макс}$ (В)	$a_{макс} = 25,6$ В; $a_{мин} = -25,6$ В	Внести свои данные
Верхняя частота спектра аналогового сигнала f_B	$f_B = (1 + m \cdot 10^{-2}) \cdot 10^4$	$f_B = 14100$
Заданный уровень квантования	$j = 500 - 3 \cdot m$	377
Спектральная плотность мощности флуктуационной помехи	41	$N_0 = 2,3 \cdot 10^{-7}\ B^2/Гц$
q – номер тактового интервала ошибки	$q = m \mod 3 + 1$	$q = 3$
Вид модуляции	КАМ-16	

3 Расчет составляющих системы цифровой связи

3.1 Источник сообщений

Источник сообщения (ИС) вырабатывает реализации $a(t)$ стационарного случайного процесса $A(t)$, типа квазибелого шума с параметрами $a_{мин}$, $a_{макс}$ и f_B. Мгновенные значения сообщения равновероятны в интервале от значения $a_{мин}$ и до значения $a_{макс}$.

Требуется:

1. Написать аналитические выражения для плотности вероятности $w(a)$ мгновенных значений сообщения, функции распределения $F(a)$ и построить их графики (рис. 2).

$$w(a) = \frac{1}{a_{макс} - a_{мин}} = \frac{1}{\Delta} = \frac{1}{25,6 + 25,6} = 0,02 \tag{1}$$

$$F(a)=\int_{-\infty}^{a} w(a)da=\int_{a_{мин}}^{a}\frac{1}{\Delta}da=\begin{cases}1, & a>a_{макс}\\ \frac{a-a_{мин}}{\Delta}, & a_{мин}\le a\le a_{макс}\\ 0, & a<a_{мин}\end{cases} \tag{2}$$

где $\Delta = a_{макс} - a_{мин} = 51,2\,В$.

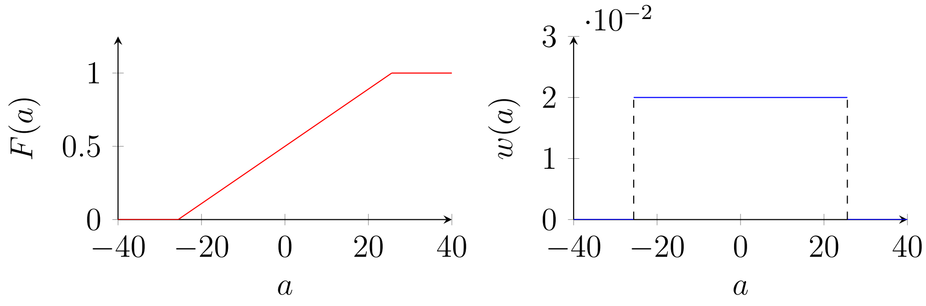

Рис. 2: Графики функции распределения и плотности вероятности

2. Рассчитать математическое ожидание $\overline{A(t)}$ и дисперсию $D\{A(t)\}$ сообщения $A(t)$.

$$\overline{A(t)}=\int_{-\infty}^{\infty} a\cdot w(a)da=\int_{a_{мин}}^{a_{макс}} a\frac{1}{a_{макс}-a_{мин}}da=\left.\frac{a^2}{2\Delta}\right|_{a_{мин}}^{a_{макс}}=\frac{a_{макс}^2-a_{мин}^2}{2\Delta}=0 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}D\{A(t)\}&=\int_{-\infty}^{\infty}(a-\overline{A(t)})^2 w(a)da=\int_{a_{мин}}^{a_{макс}} a^2 w(a)da\\ &=\left.\frac{a^3}{3\Delta}\right|_{a_{мин}}^{a_{макс}}=\frac{a_{\min}^2+a_{\max}a_{\min}+a_{\max}^2}{3}=218,5\end{aligned} \tag{4}$$

3. Написать аналитическое выражение для спектральной плотности мощности $G_A(f)$ сообщения $A(t)$ и построить график (рис. 3).

$$G_A(f)=\frac{D\{A(t)\}}{2f_B}=\frac{218,5}{2\cdot 1,41\cdot 10^4}=7,7\,мВ^2/Гц \tag{5}$$

$$G_A(f)=\begin{cases}7,7\,мВ^2/Гц, & |f|\le f_B\\ 0, & |f|>f_B\end{cases} \tag{6}$$

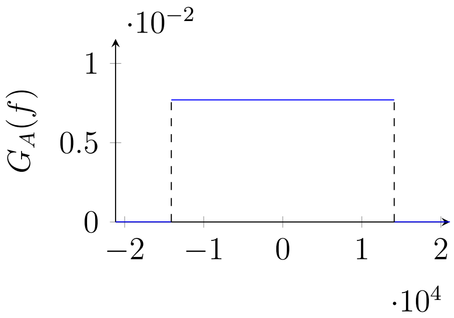

Рис. 3: График спектральной плотности мощности

4. Найти аналитическое выражение для корреляционной функции $B_A(\tau)$ сообщения $A(t)$ и построить график (рис. 4). По форме графика $B_A(\tau)$ определить, является ли сообщение $A(t)$ эргодическим случайным процессом или не является таковым.

$$\begin{aligned} B_A(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_A(f)}{2} e^{j2\pi f\tau} df = \int_{-f_B}^{f_B} \frac{G_A}{2} \cos 2\pi f\tau df \\ &= \frac{G_A}{2} \frac{\sin 2\pi f\tau}{2\pi\tau} \bigg|_{-f_B}^{f_B} = G_A \frac{\sin 2\pi f_B\tau}{2\pi\tau} \end{aligned} \tag{7}$$

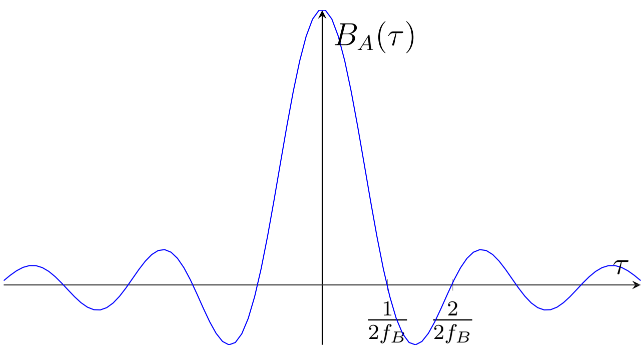

Рис. 4: График корреляционной функции $B_A(\tau)$

3.2 Аналого-цифровой преобразователь

Аналого-цифровой преобразователь (АЦП) преобразует реализации аналогового (непрерывного) сообщения $A(t)$ в цифровую форму, в поток двоичных символов: нулей и единиц, т. е. в последовательность прямоугольных импульсов, где «0» имеет нулевое напряжение, а «1» – прямоугольный импульс положительной полярности. Амплитуда импульсов U равна 1 В.

Преобразование аналогового сигнала в цифровую форму осуществляется в три этапа.

На первом этапе производится дискретизация реализации $a(t)$ сообщения $A(t)$ по времени. В моменты времени t_i берутся непрерывные по уровню отсчеты $a(t_i)$ мгновенных значений реализации $a(t)$. Расстояние между отсчетами равно интервалу Δt, величина которого определяется в соответствии с теоремой Котельникова:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2f_B};\ f_d = \frac{1}{\Delta t} \geq 2f_B \tag{8}$$

где f_d – частота дискретизации.

На втором этапе выполняется квантование точных отсчетов $a(t_i)$ по уровню. Для этого интервал Δ, равный разности $\Delta = a_{макс} - a_{мин}$, разбивается на уровни квантования с постоянным шагом $\Delta a = 0,1\,B$. Уровни квантования нумеруются целыми числами $0, 1, 2, 3, ..., L-1$. Нумерация уровней начинается с уровня, которому соответствует значение $a_{м}ин$, и заканчивается на уровне, которому соответствует значение $a_{м}акс$. Обычно величина шага квантования Δa выбирается так, чтобы число уровней квантования L можно было представить в виде $L = 2^k$, где k – целое число.

Каждый аналоговый отсчет $a(t_i)$ заменяется значением ближайшего к нему уровня квантования j в виде целого числа, удовлетворяющего неравенству $0 \leq j \leq L-1$. Получаем квантованный отсчет $j_{10}(t_i)$ в виде целого числа в десятичной форме счисления.

На третьем этапе число $j_{10}(t_i)$ в десятичной форме переводится в двоичную форму счисления $j_2(t_i)$ в виде последовательности k двоичных символов и на выходе АЦП появляется сигнал в виде двоичной цифровой последовательности из k информационных символов.

Требуется:

1. Рассчитать интервал дискретизации Δt для получения непрерывных отсчетов $a(t_i)$ реализации $a(t)$, $t_i = i \cdot \Delta t$, $i = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

$$\Delta t \leq \frac{1}{2f_B} = \frac{1}{2 \cdot 14100} = 3,546 \cdot 10^{-5}\ c \tag{9}$$

2. Рассчитать частоту дискретизации f_d.

$$f_d = \frac{1}{\Delta t} \geq 2f_B = \frac{1}{3,546 \cdot 10^{-5}} = 28200 \tag{10}$$

3. Определить число уровней квантования L.

$$k = 9;\ L = 2^9 = 512 \tag{11}$$

4. Рассчитать мощность шума квантования $P_{ШК}$ и сравнить ее с мощностью непрерывного сообщения $A(t)$.

$$P_{ШК} = \Delta a^2/12 = \frac{0,1^2}{12} = 8,33 \cdot 10^{-4}\ B^2 \tag{12}$$

$$P_{A(t)} = A^2(t) = 1\ B^2 \tag{13}$$

$$P_{A(t)} >> P_{ШК} \tag{14}$$

5. Найти минимальное число k двоичных разрядов, требуемое для записи в двоичной форме любого номера j из $L-1$ номеров уровней квантования.

$$L - 1 = 511_{10} = 111111111_2 \tag{15}$$

$$k_{люб} = 9 \tag{16}$$

6. Записать k-разрядное двоичное число, соответствующее заданному уровню квантования j.

$$j = 377_{10} = 101111001_2 \tag{17}$$

7. Начертить временную диаграмму отклика АЦП $b_{АЦП}(t)$ на заданный уровень квантования j в виде последовательности импульсов, сопоставляя единичным символам прямоугольные импульсы положительной полярности, а нулевым – нулевые напряжения. Амплитуда импульсов U равна $2h$ В. Над импульсами надписать значения соответствующих двоичных информационных символов (ДИС). Длительность отклика АЦП на каждый отсчет не должна превышать интервала дискретизации Δt.

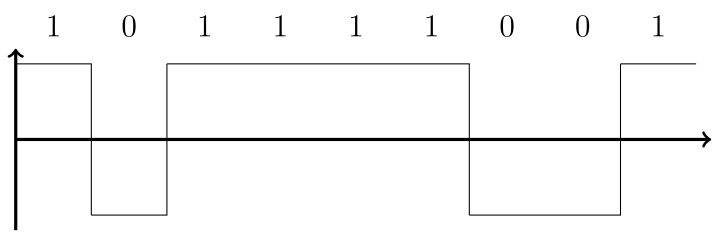

Рис. 5: Временная диаграмма отклика АЦП

3.3 Кодер

Используется помехоустойчивый сверточный код.

1. Параметры сверточного кода.

    - Степень кодирования $k/n = 1/2$,
    - длина кодового ограничения $K = 3$,
    - векторы связи $\overline{g}_1 = 111$ и $\overline{g}_2 = 101$,
    - импульсная характеристика $h(k) = 111011000...$,
    - кодовое расстояние $d = 5$.

2. Структурная схема кодера.

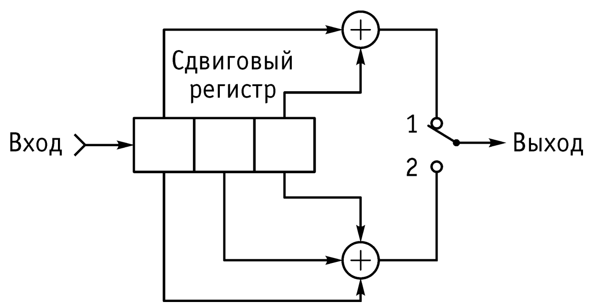

Рис. 6: Структурная схема кодера

3. Решетчатая диаграмма кодера.

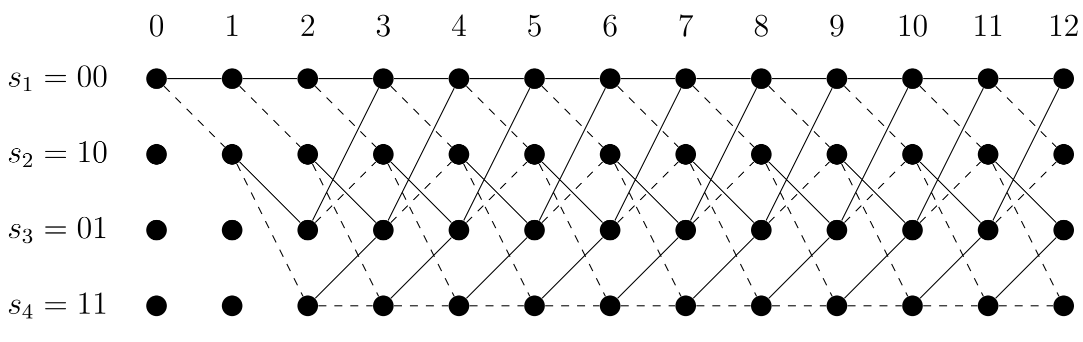

Рис. 7: Решетка кодера

4. По решетчатой диаграмме сверточного кодера определить последовательность кодовых символов (КС) $\overline{u}$ на выходе кодера при усло-

вии, когда на вход кодера поступает 9-разрядная двоичная последовательность информационных символов (ИС) $\overline{m}$, соответствующая заданному уровню квантования j.

ИС	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
КС	11	10	00	01	10	10	01	11	11	01	11	00	00

$$\overline{u} = 11100001101001111101110000 \tag{18}$$

5. На решетчатой диаграмме кодера отметить путь, соответствующий полученным КС.

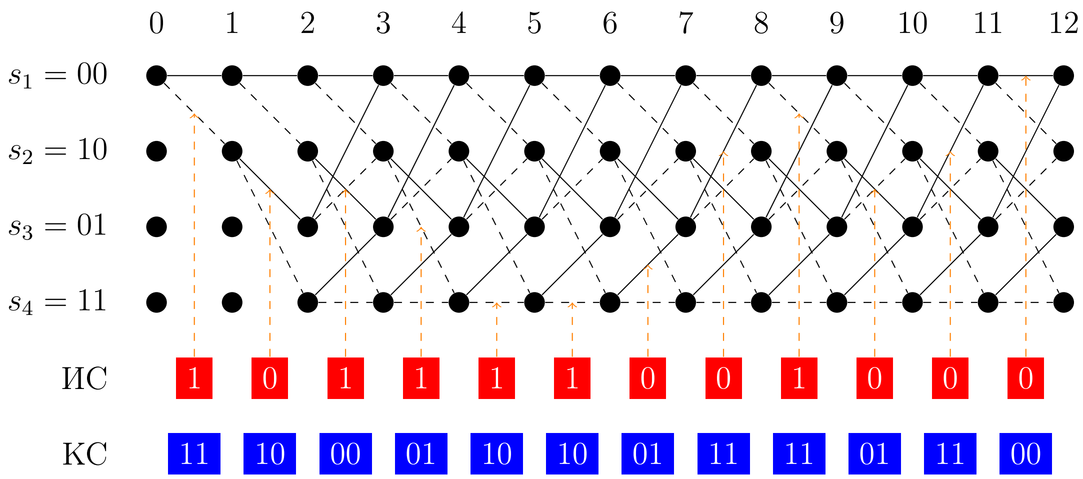

Рис. 8: Путь на решетке кодера

3.4 Формирователь модулирующих символов

Формирователь модулирующих символов служит для получения модулирующих сигналов $I(t)$ и $Q(t)$, соответствующих заданному виду модуляции.

Требуется:

1. Изобразить сигнальное созвездие для заданного вида модуляции.

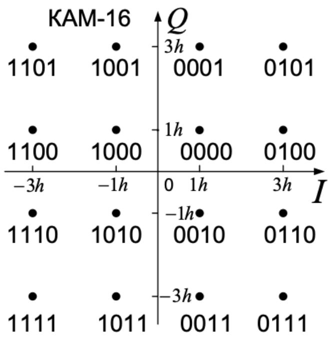

Рис. 9: Сигнальное созвездие для КАМ-16

2. Изобразить график реализации $c(t)$ случайного процесса $C(t)$, формируемого с выхода блока сверточного кодера (К). Реализация $c(t)$ поступает на вход блока ФМС на первых 16 бинарных интервалах длительностью T_B. Написать аналитическое выражение для случайного процесса $C(t)$.

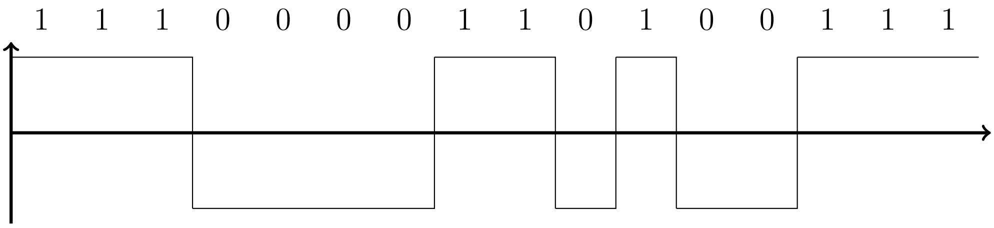

Рис. 10: График реализации $c(t)$ с выхода сверточного кодера

$$C(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot g_1(t - nT_B) \tag{19}$$

где $g_1(t)$ – прямоугольный импульс длительностью T_B.

$$g_1(t) = \begin{cases} 1\,B, & 0 \le t \le T_B; \\ 0\,B, & t < 0,\, t > T_B, \end{cases} \tag{20}$$

где $g_1(t - nT_B)$ – прямоугольный импульс такой же формы, как и $g_1(t)$, но сдвинутый вправо относительно импульса $g_1(t)$ на величину nT_B, если $n > 0$, или влево, если $n < 0$;

C_n – численный коэффициент, являющийся реализацией случайной величины C_n на n-интервале T_B. Величина C_n принимает два дискретных значения $h(B)$ и $-h(B)$ с вероятностью $0,5$ каждое, т. е.

$$P(h) = P(-h) = 0,5. \tag{21}$$

Если в заданной реализации $c(t)$ на n-интервале передается информационный символ «1», то $c_n = h(B)$, если передается символ «0», то $c_n = -h(B)$.

3. В соответствии с сигнальным созвездием модулятора КАМ-16 изобразить графики реализаций $i(t)$ и $q(t)$ на выходе блока ФМС, соответствующие входной реализации $c(t)$. Написать аналитические выражения для случайных процессов $I(t)$ и $Q(t)$.

$$I(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n \cdot g_2(t - nT_S); \; Q(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n \cdot g_2(t - nT_S), \tag{22}$$

где $g_(t)$ – прямоугольный импульс длительностью $T_S = 4T_B$. T_S – символьный интервал; T_B – бинарный интервал;

$$g_2(t) = \begin{cases} 1\,B, & 0 \le t \le T_B; \\ 0\,B, & t < 0,\, t > T_B, \end{cases} \tag{23}$$

где $g_2(t - nT_S)$ – прямоугольный импульс такой же формы, как и $g_2(t)$, но сдвинутый вправо относительно импульса $g_2(t)$ на величину nT_S, если $n > 0$, или влево, если $n < 0$;

I_n и Q_n – независимые случайные величины, заданные на символьном интервале с номером n, которые согласно сигнальному созвездию (рис. 9) принимают четыре дискретных значения $-3h$, $-h$, h, $3h$ с вероятностью 0,25 каждое, т. е.

$$P(-3h) = P(-h) = P(h) = P(3h) = 0,25. \tag{24}$$

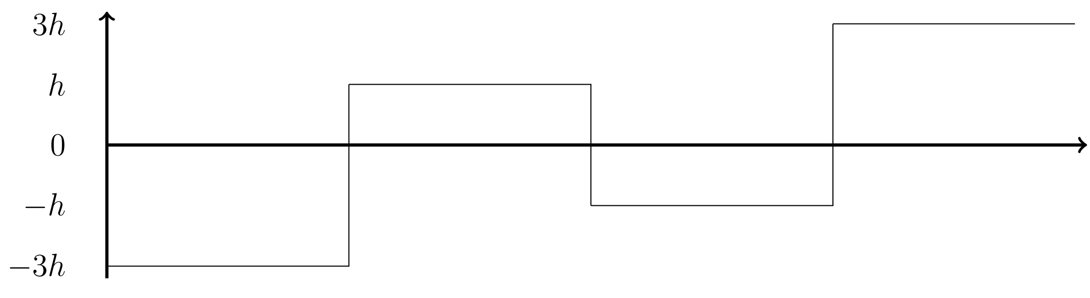

Рис. 11: График реализации $i(t)$

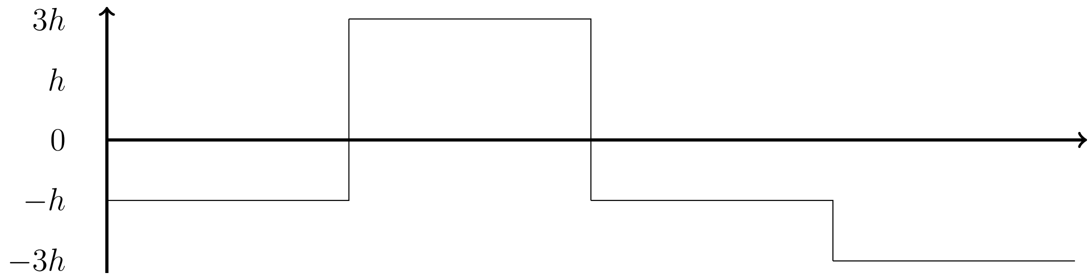

Рис. 12: График реализации $q(t)$

4. Написать аналитические выражения для корреляционной функции $B_C(\tau)$ и спектральной плотности мощности $G_C(\omega)$ входного случайного процесса $C(t)$ и построить графики этих функций.

   Процесс $C(t)$ является случайным синхронным телеграфным сигналом. Его корреляционная функция имеет вид:

$$B_C(\tau) = \begin{cases} h^2(1 - \frac{|\tau|}{T}), & |\tau| \leq T \\ 0, & |\tau| > T \end{cases}, \tag{25}$$

   а спектральная плотность мощности

$$G_C(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_C(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} B_C(\tau) \cos\omega\tau d\tau = T \cdot h^2 \cdot \frac{\sin^2(\frac{\omega T}{2})}{(\frac{\omega T}{2})^2}, \tag{26}$$

   где $T = T_B$ – длительность тактового интервала.

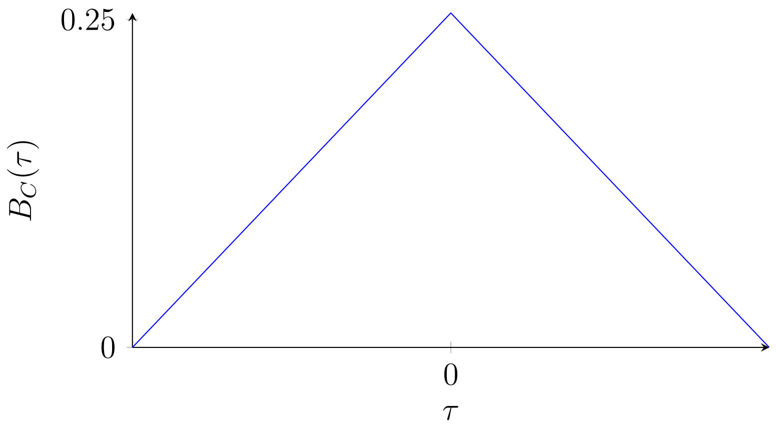

Рис. 13: График корреляционной функции $B_C(\tau)$

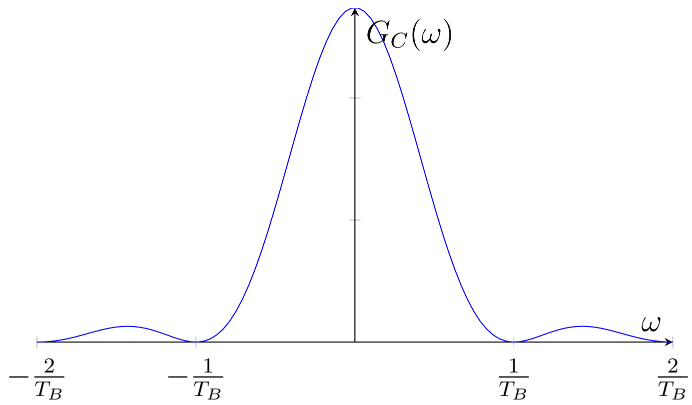

Рис. 14: График спектральной плотности мощности $G_C(\omega)$

5. Написать аналитические выражения для корреляционных функций $B_I(\tau)$ и $B_Q(\tau)$, спектральных плотностей мощности $G_I(\omega)$ и $G_Q(\omega)$ случайных процессов $I(t)$ и $Q(t)$. Построить графики этих функций.

   Процессы $I(t)$ и $Q(t)$ будут иметь идентичные друг другу корреляционные функции и спектральные плотности мощности, поскольку они оба отличаются от процесса $C(t)$ лишь длительностью сигнального интервала $T_S = 4T_B$.

$$B_I(0) = B_Q(0) = D\{I(t)\} = D\{Q(t)\} \tag{27}$$

$$G_I(0) = G_Q(0) = \frac{D\{I(t)\}}{T_S} = \frac{D\{Q(t)\}}{T_S} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} D\{I(t)\} = D\{Q(t)\} &= \sum_{n=1}^{4}(i_n - \overline{I_n(t)})^2 \cdot P(i_n) \\ &= 0,25(-3h)^2 + 0,25(-h)^2 + 0,25h^2 + 0,25(3h)^2 = 5h^2 \end{aligned} \tag{29}$$

   Корреляционные функции:

$$B_I(\tau) = B_Q(\tau) = \begin{cases} 5h^2(1 - \frac{|\tau|}{T_B}), & |\tau| \le T_B \\ 0, & |\tau| > T_B \end{cases} \tag{30}$$

Энергетический спектр:

$$G_I(\omega) = G_Q(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_C(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = T \cdot h^2 \cdot \frac{\sin^2(\frac{\omega T}{2})}{(\frac{\omega T}{2})^2} \tag{31}$$

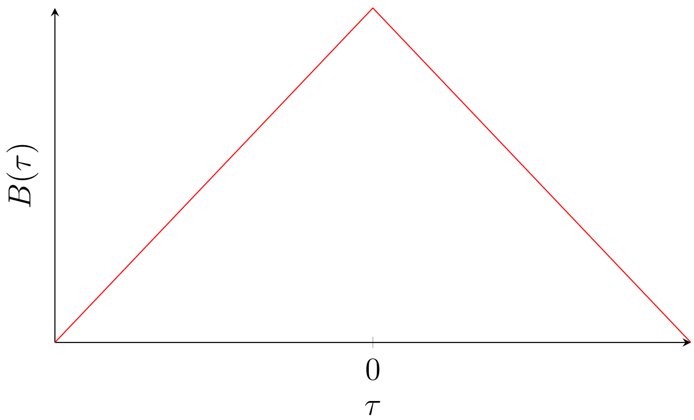

Рис. 15: График корреляционной функции $B_I(\tau)$, $B_Q(\tau)$

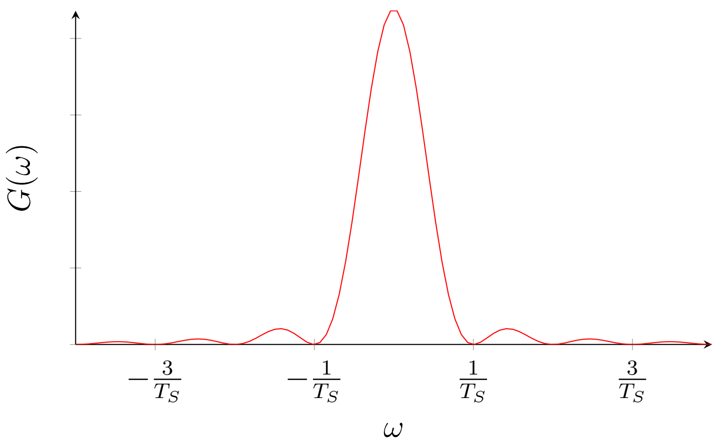

Рис. 16: График спектральной плотности мощности $G_I(\omega)$, $G_Q(\omega)$

6. Сравнить графики корреляционных функций и спектральных плотностей мощности сигналов на входе и выходе блока ФМС. Привести краткое описание результатов сравнения и, используя общие положения теории преобразования Фурье, пояснить, почему спектр выходных сигналов уже спектра входного сигнала.

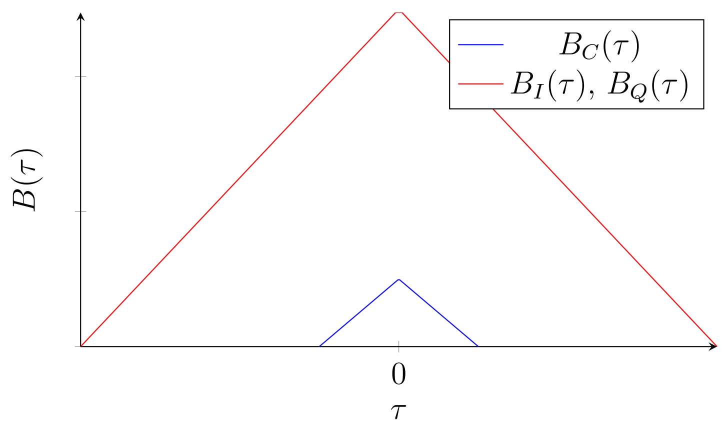

Рис. 17: Графики корреляционной функции $B_C(\tau)$ и $B_I(\tau)$

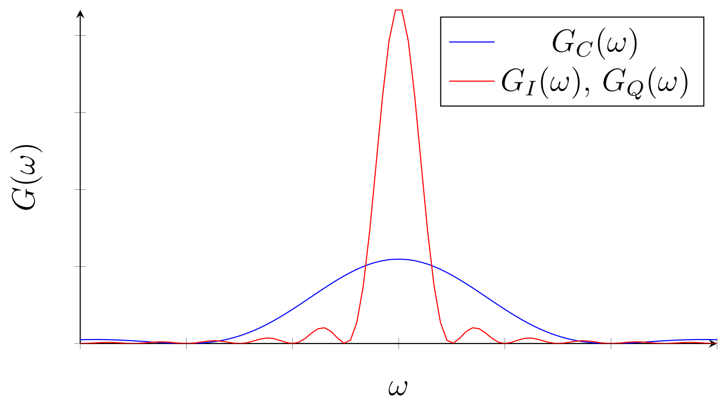

Рис. 18: График спектральной плотности мощности $G_C(\omega)$ и $G_I(\omega)$

Выходной спектр уже, поскольку функция $G(\omega)$ равна 0 при значениях $\omega = n/T$, а $T_S = 4T_B$, поэтому изгибы встречаются в 4 раза чаще.

3.5 Модулятор

В состав модулятора структурной схемы цифровой системы связи (ЦСС), рис. 1, между блоками ФМС и перемножителями входят сглаживающие формирующие фильтры СФФ, необходимые для оптимизации ЦСС в отношении межсимвольной помехи, а также инвертор и сумматор, на выходе которого получаем сигнал заданного вида модуляции.

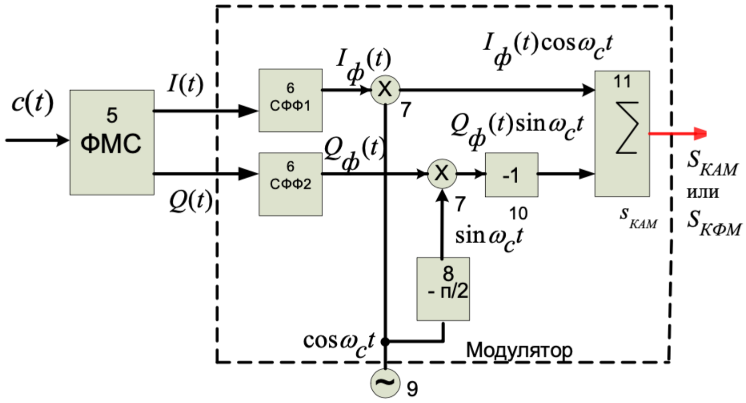

Рис. 19: Структурная схема модулятора

3.5.1 Сглаживающий формирующий фильтр

Требуется:

1. Изобразить структурную схему модулятора в составе ЦСС (рис. 19).

2. Написать аналитические выражения для сигнала $x(t)$ со «спектром приподнятого косинуса» (импульса Найквиста) и его спектральной плотности $S_x(f)$ для значений коэффициента сглаживания $0 \leq \beta \leq 1$. Изобразить графики сигналов $x(t)$ и соответствующие спектральные плотности при $0 \leq \beta \leq 1$.

   Импульсы Найквиста $x(t)$ и их спектральные плотности $S_x(f)$ характеризуются следующими аналитическими выражениями:

$$x(t) = \frac{\sin(\frac{\pi \cdot t}{T})}{\frac{\pi \cdot t}{T}} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi \beta t}{T})}{1 - \frac{4\beta^2 t^2}{T^2}}; \tag{32}$$

$$S_x(f) = \begin{cases} T, & 0 \leq |f| \leq \dfrac{1-f}{2T}; \\ \dfrac{T}{2} \cdot \left\{ 1 + \cos\left[\dfrac{\pi T}{\beta} \cdot \left(|f| - \dfrac{1-\beta}{2T} \right) \right] \right\}, & \left(\dfrac{1-f}{2T} \right) \leq |f| \leq \left(\dfrac{1+f}{2T} \right); \\ 0, & |f| > \dfrac{1+f}{2T}, \end{cases} \tag{33}$$

   где β – коэффициент сглаживания (или ската), который может принимать значения в интервале $0 \leq \beta \leq 1$.

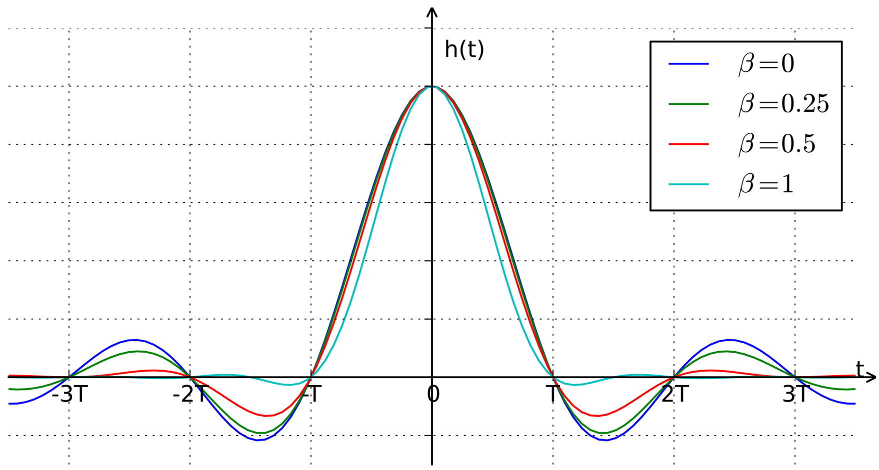

Рис. 20: График импульсов Найквиста $x(t)$

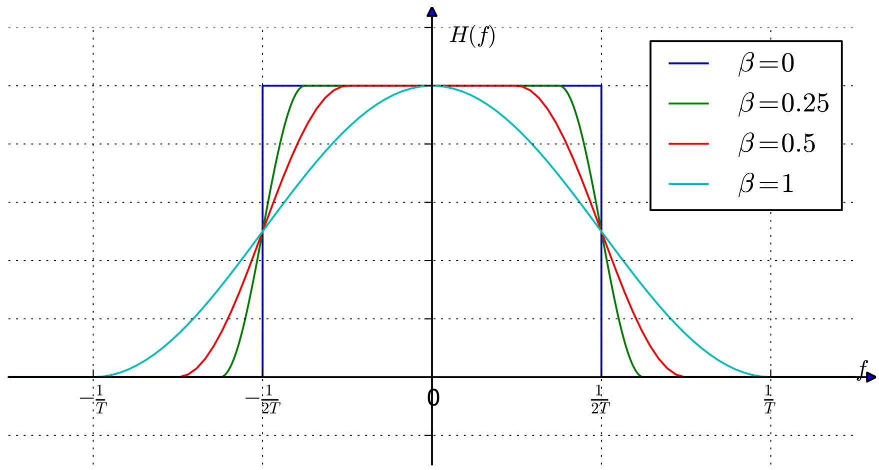

Рис. 21: График спектральных плотностей $S_x(f)$

3. На одном рисунке изобразить графики спектральных плотностей $S_x(\omega)$ и $S_{x1}(\omega)$ сигналов $x(t)$ и $x_1(t)$, где $x(t)$ – импульс Найквиста при коэффициенте сглаживания $\beta = 1$; $x_1(t)$ – импульс со спектральной плотностью $S_{x1}(\omega) = \sqrt{S_x(\omega)}$.

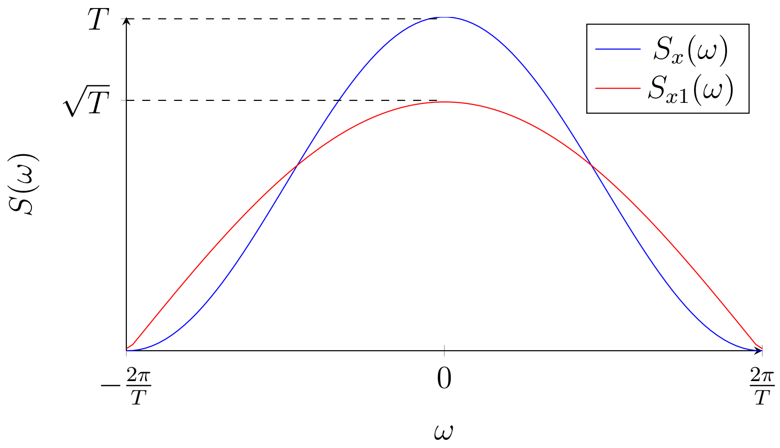

Рис. 22: Графики спектральных плотностей $S_x(\omega)$ и $S_{x1}(\omega)$ сигналов $x(t)$ и $x_1(t)$

4. На одном рисунке изобразить графики импульсов $x(t)$ и $x_1(t)$.

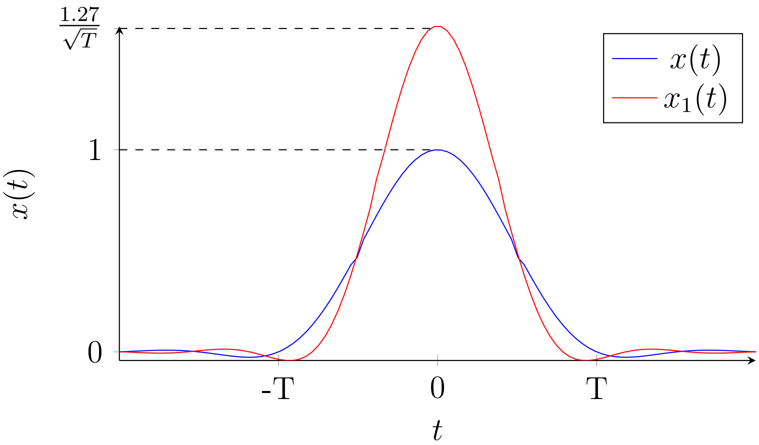

Рис. 23: Импульс Найквиста $x(t)$ и искомый импульс $x_1(t)$

5. Написать аналитические выражения для случайных процессов $I_{\text{ф}}(t)$ и $Q_{\text{ф}}(t)$.

$$I_{\text{ф}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n g_{\text{з}}(t - nT), \tag{34}$$

где i_n – детерминированная величина, которая является реализацией случайной величины I_n. Величины i_n в выражениях для $i(t)$

и $i_ф(t)$ принимают одинаковые значения на соответствующих символьных интервалах T.

$$Q_ф(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n g_3(t - nT), \tag{35}$$

где $I_n(t)$ и $Q_n(t)$ – независимые случайные величины, принимающие известные дискретные значения с заданными вероятностями, какие они имеют в формулах (22);

$g_3(t) = x_{1н}(t - 3T)$ – детерминированный импульс, спектральная плотность которого выражается через спектральную плотность импульса Найквиста.

6. Написать аналитические выражения для корреляционных функций и спектральных плотностей мощности случайных процессов $I_ф(t)$ и $Q_ф(t)$ и построить графики этих функций.

$$B_{I_ф}(\tau) = \frac{\overline{I_n^2}}{1,27^2} \cdot x(\tau), \tag{36}$$

где $\overline{I_n^2} = 5h^2$ для КАМ-16;

$x(\tau)$ – импульс Найквиста при значении $\beta = 1$.

Так как случайный процесс $Q_ф(t)$ на выходе нижнего сглаживающего формирующего фильтра (СФФ) имеет такие же вероятностные характеристики, как и процесс $I_ф(t)$, то можно написать следующие равенства:

$$B_{Q_ф}(\tau) = B_{I_ф}(\tau);\ G_{Q_ф}(\omega) = G_{I_ф}(\omega). \tag{37}$$

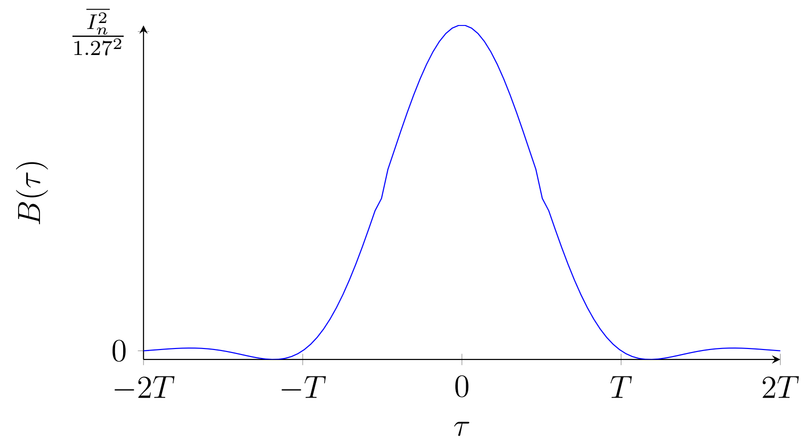

Рис. 24: График корреляционных функций $B_{I_\phi}(\tau)$ и $B_{Q_\phi}(\tau)$ случайных процессов $I_\phi(t)$ и $Q_\phi(t)$

$$G_{I_\phi}(\omega) = \begin{cases} \dfrac{\overline{I_n^2}}{1,27^2} \cdot \dfrac{T}{2}\left[1 + \cos\left(\omega \dfrac{T}{2}\right)\right], & |\omega| \leq \dfrac{2\pi}{T}; \\ 0, & |\omega| > \dfrac{2\pi}{T}. \end{cases} \tag{38}$$

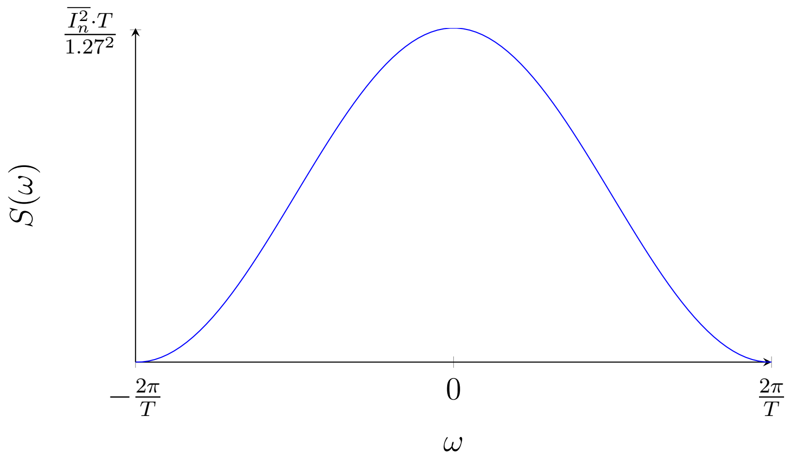

Рис. 25: График спектральных плотностей мощности $G_{I_\phi}(\omega)$ и $G_{Q_\phi}(\omega)$

3.5.2 Блоки перемножителей, инвертор, сумматор

Требуется:

1. Написать аналитические выражения для корреляционных функций $B_{I_ф \cos}(\tau)$ и $B_{Q_ф \sin}(\tau)$ случайных сигналов $I_ф(t) \cdot \cos(\omega_C t + \varphi_C)$ и $Q_ф(t) \cdot \sin(\omega_C t + \varphi_C)$ на выходах перемножителей, где φ_C – случайная фаза с равномерной плотностью вероятности на интервале $0...2\pi$. Случайная фаза φ_C не зависит от случайных процессов $I_ф(t)$ и $Q_ф(t)$.

$$B_{I_ф \cos}(\tau) = B_{Q_ф \sin}(\tau) = \frac{1}{2} B_{I_ф}(\tau) \cdot \cos \omega_c \tau, \qquad (39)$$

где $\tau = (t_2 - t_1)$.

2. Написать аналитические выражения для корреляционных функций $B_S(\tau) = B_{I_ф}(\tau) \cdot \cos \omega_C \tau = B_{Q_ф}(\tau) \cdot \cos \omega_C \tau$ и для спектральной плотности мощности $G_S(\omega)$ сигнала $S(t)$ на выходе сумматора. Построить графики этих функций.

$$B_S(\tau) = \overline{I_n^2} \cdot \frac{1}{1,27^2} \cdot x(\tau) \cdot \cos \omega_C \tau, \qquad (40)$$

где $x(\tau)$ – импульс Найквиста, определяемый (32) при $\beta = 1$ (рис. 20);

$\overline{I_n^2} = 5h^2$ для КАМ-16.

Спектральная плотность мощности $G_S(\omega)$ случайного сигнала $S(t)$ в соответствии с теоремой Винера – Хинчина определяется через преобразование Фурье корреляционной функции $B_S(\tau)$. Используя (40), получим:

$$G_S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_{I_ф \cos}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau = \overline{I_n^2} \cdot \frac{1}{1,27^2} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot \cos \omega_C \tau \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\overline{I_n^2}}{1,27^2} [S_x(\omega - \omega_C) + S_x(\omega + \omega_C)], \qquad (41)$$

Учитывая, что функция $S_x(\omega)$ импульса Найквиста $x(t)$ при значении $\beta = 1$ и $f = \frac{\omega}{2\pi}$ равна

$$S_x(\omega) = \begin{cases} \frac{T}{2}\left(1 + \cos \frac{T}{2}\omega\right), & |\omega| \le \frac{2\pi}{T}; \\ 0, & |\omega| > \frac{2\pi}{T}. \end{cases} \qquad (42)$$

Спектральная плотность $G_S(\omega)$ на выходе сумматора будет равна удвоенной спектральной плотности $G_{I_ф \cos}(\omega)$.

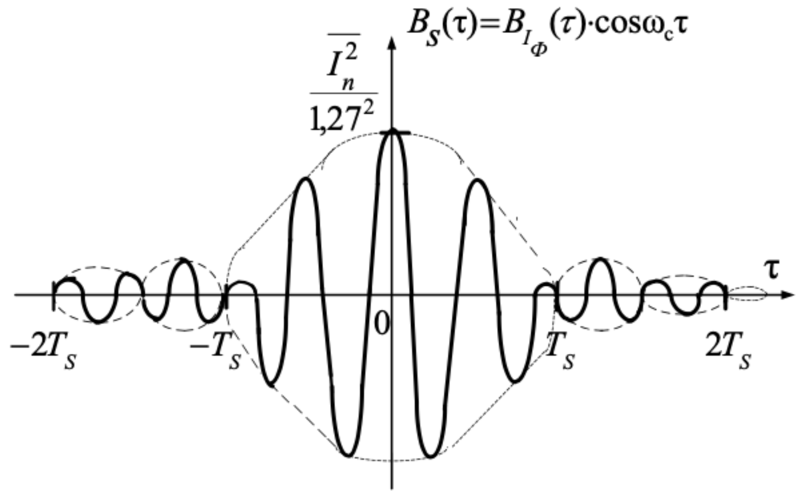

Рис. 26: График корреляционной функции $B_S(\tau)$

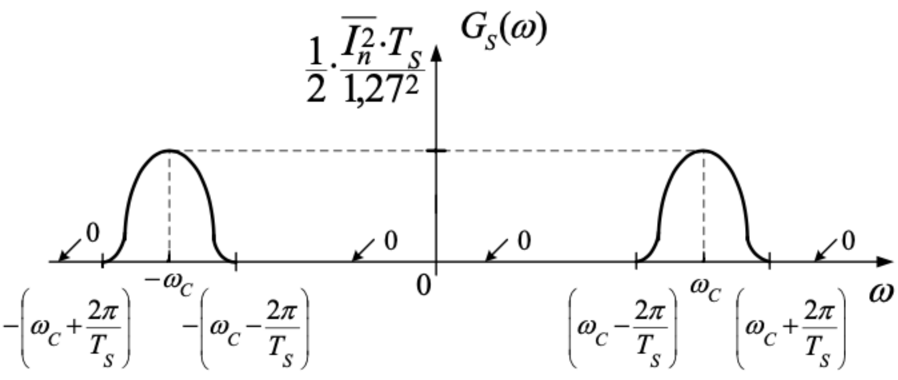

Рис. 27: Спектральные плотности мощности $G_S(\omega)$

3.6 Непрерывный канал

Передача сигнала $S(t)$ происходит по непрерывному неискажающему каналу с постоянными параметрами в присутствии аддитивной помехи $n(t)$ типа гауссовского белого шума. Сигнал $Z(t)$ на выходе такого канала имеет вид

$$Z(t) = \mu \cdot S(t) + n(t), \tag{43}$$

где $\mu = 1$ – коэффициент передачи канала.

Односторонняя спектральная плотность мощности помехи $n(t)$ равна $N_0 = 2,3 \cdot 10^{-7}\ B^2/\text{Гц}$.

Требуется:

1. Определить минимальную ширину полосы частот F_k непрерывного канала, необходимую для передачи по каналу сигнала $S(t)$ с выхода модулятора.

$$\begin{aligned} T_B &= \frac{\Delta t}{2k} = 2\,\textit{мкс} \\ T_S = 4 \cdot T_B &= 4 \cdot 2 = 8\,\textit{мкс} \end{aligned} \tag{44}$$

$$F_k = 4 \cdot \frac{1}{T_S} = 4 \cdot \frac{1}{8 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^5\,\textit{Гц} \tag{45}$$

2. Определить P_c – среднюю мощность информационного сигнала $\mu \cdot S(t)$ на выходе канала.

$$P_c = \frac{E_{cp}}{T_S} = h^2 = 1\,B^2 \tag{46}$$

3. Определить P_n – среднюю мощность помехи $n(t)$ на выходе канала и найти отношение P_c/P_n.

$$P_n = N_0 \cdot F_k = 2,3 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 0,115\,B^2 \tag{47}$$

$$P_c/P_n = 1/0,115 = 8,7 \tag{48}$$

4. Рассчитать пропускную способность C (за секунду) непрерывного канала.

$$C = F_k \log_2\left(1 + \frac{P_c}{P_n}\right) = 5 \cdot 10^5 \cdot \log_2(1 + 8,7) = 1,64\,\textit{Мбит/с} \tag{49}$$

3.7 Демодулятор

Требуется:

1. Изобразить структурную схему когерентного демодулятора, оптимального по критерию максимального правдоподобия для заданного сигнала квадратурной модуляции.

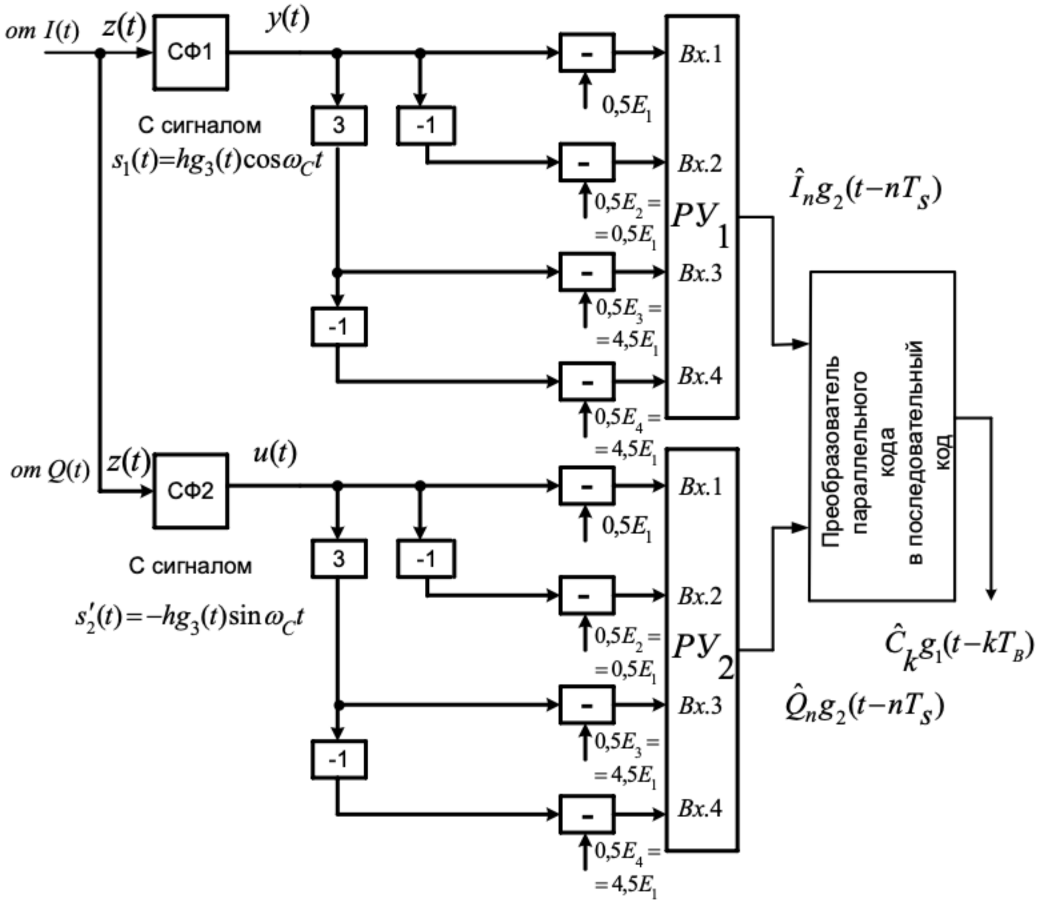

Рис. 28: Структурная схема когерентного демодулятора для сигнала КАМ-16

2. Написать алгоритмы работы решающих устройств РУ1 и РУ2 в составе когерентного демодулятора.

   В момент окончания каждого символьного интервала длительностью T_S решающее устройство определяет номер входа, на котором напряжение максимально, и формирует соответствующий дибит в параллельном формате.

3. Определить вероятности ошибок на выходах РУ1 и РУ2 при значениях символов I_n и Q_n, равных h, –h, $3h$, $-3h$, когда $h = 1$ В.

Передаваемая величина ИС	Вероятность ошибки в РУ
$I_n = Q_n = \pm h$	$p(ош) = 2Q\sqrt{\frac{2E_1}{N_0}}$
$I_n = Q_n = \pm 3h$	$p(ош) = Q\sqrt{\frac{2E_1}{N_0}}$

4. На четырех символьных интервалах длительностью T_S нарисовать сигналы на выходах РУ1 и РУ2 демодулятора, соответствующие сигналам на выходе блока ФМС, которые поступают на два входа преобразователя параллельного кода в последовательный код. Под двумя построенными графиками, используя сигнальное созвездие для заданного вида модуляции, изобразить график сигнала на выходе преобразователя кода в виде соответствующей последовательности прямоугольных импульсов на входе блока ФМС длительностью T_B.

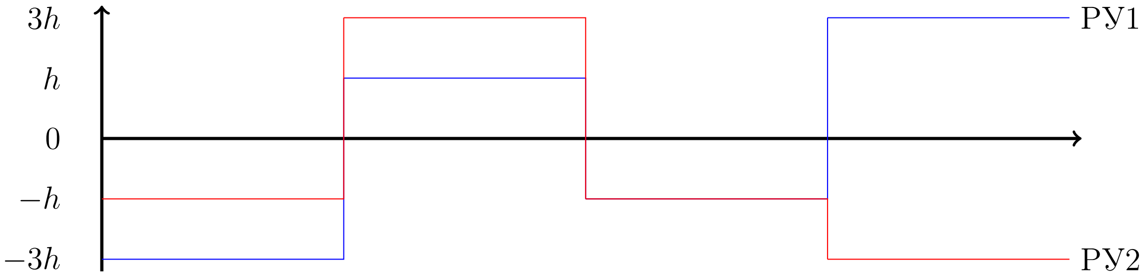

Рис. 29: Сигналы на входе ФМС

Сопоставив значения графика с рис. 9 получим:

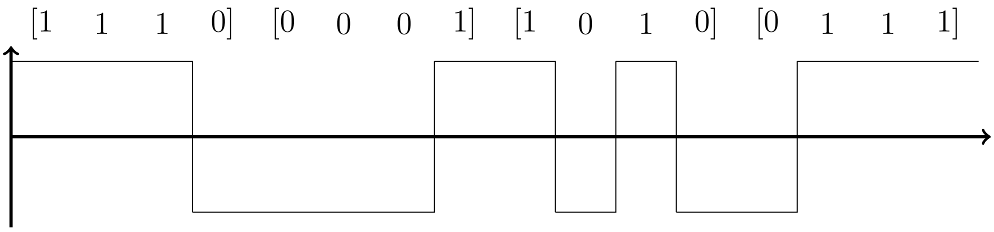

Рис. 30: Сигнал на выходе преобразователя кода

5. Определить вероятности ошибок

$$p_{\substack{I_n = h \\ Q_n = h}}(ош.n);\ p_{\substack{I_n = 3h \\ Q_n = 3h}}(ош.n);\ p_{\substack{I_n = h \\ Q_n = 3h}}(ош.n) \quad (50)$$

на выходе преобразователя параллельного кода в последовательный код, где $p_{\substack{I_n=h\\Q_n=h}}(ош.п)$ – обозначение вероятности ошибочного приема, если $I_n = h$, $Q_n = h$.

$$E_1 = \frac{h^2 \cdot T}{2 \cdot 1,27^2} = 2,48 \cdot 10^{-6} \tag{51}$$

$$Q\sqrt{\frac{2E_1}{N_0}} = Q(4,64) \approx 34 \cdot 10^{-7} \tag{52}$$

$$\begin{aligned}
p_{\substack{I_n=h\\Q_n=h}}(ош.п) &= p_{I_n=h}(ош) + p_{Q_n=h}(ош) - p_{I_n=h}(ош) \cdot p_{Q_n=h}(ош)\\
&= 13,6 \cdot 10^{-6}\\
p_{\substack{I_n=3h\\Q_n=3h}}(ош.п) &= p_{I_n=3h}(ош) + p_{Q_n=3h}(ош) - p_{I_n=3h}(ош) \cdot p_{Q_n=3h}(ош)\\
&= 6,8 \cdot 10^{-6}\\
p_{\substack{I_n=h\\Q_n=3h}}(ош.п) &= p_{I_n=h}(ош) + p_{Q_n=3h}(ош) - p_{I_n=h}(ош) \cdot p_{Q_n=3h}(ош)\\
&= 10^{-5}
\end{aligned} \tag{53}$$

6. Определить среднюю вероятность ошибки на выходе преобразователя при условии, что имеют место равенства:

$$\begin{aligned}
&p_{\substack{I_n=h\\Q_n=h}}(ош.п) = p_{\substack{I_n=-h\\Q_n=h}}(ош.п) = p_{\substack{I_n=h\\Q_n=-h}}(ош.п) = p_{\substack{I_n=-h\\Q_n=-h}}(ош.п);\\
&p_{\substack{I_n=3h\\Q_n=3h}}(ош.п) = p_{\substack{I_n=-3h\\Q_n=3h}}(ош.п) = p_{\substack{I_n=3h\\Q_n=-3h}}(ош.п) = p_{\substack{I_n=-3h\\Q_n=-3h}}(ош.п);\\
&p_{\substack{I_n=h\\Q_n=3h}}(ош.п) = p_{\substack{I_n=-h\\Q_n=3h}}(ош.п) = p_{\substack{I_n=h\\Q_n=-3h}}(ош.п) = p_{\substack{I_n=-h\\Q_n=-3h}}(ош.п) =\\
&p_{\substack{I_n=3h\\Q_n=h}}(ош.п) = p_{\substack{I_n=-3h\\Q_n=h}}(ош.п) = p_{\substack{I_n=3h\\Q_n=-h}}(ош.п) = p_{\substack{I_n=-3h\\Q_n=-h}}(ош.п);
\end{aligned} \tag{54}$$

Средняя вероятность ошибки на выходе преобразователя:

$$p_{cp} = \frac{p_{\substack{I_n=h\\Q_n=h}}(ош.п) + p_{\substack{I_n=3h\\Q_n=3h}}(ош.п) + 2p_{\substack{I_n=h\\Q_n=3h}}(ош.п)}{4} = 10^{-5} \tag{55}$$

3.8 Декодер

Декодер формирует из непрерывной последовательности кодовых символов, поступающих с выхода демодулятора (возможно, с ошибками), выходную непрерывную последовательность декодированных кодовых символов, в которых ошибки частично либо полностью исправлены.

По каналу передавался код $\overline{u} = 111000011010011111110110000$. Ошибка произошла на тактовом интервале $q = 3$. Таким образом, на вход декодера поступает последовательность $\overline{Z} = 11\overset{\times}{0}000011010011111110110000$. Крестиком обозначен ошибочно принятый символ.

3.8.1 Диаграмма декодера

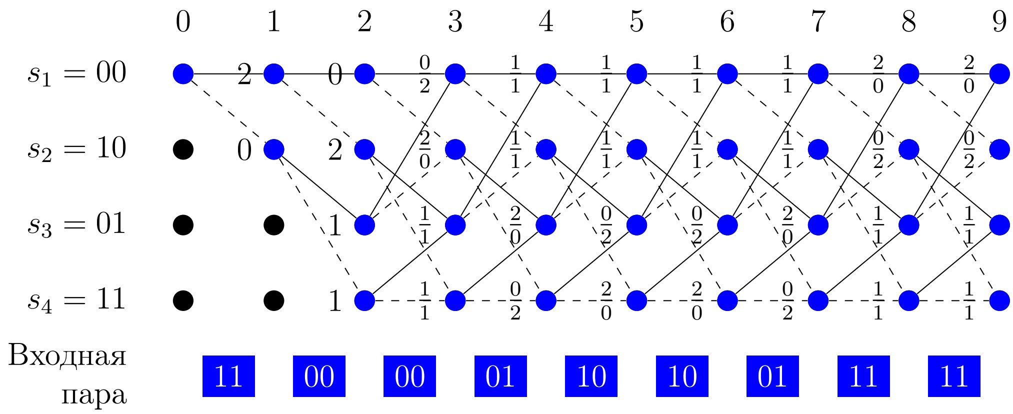

Рис. 31: Решетка декодера

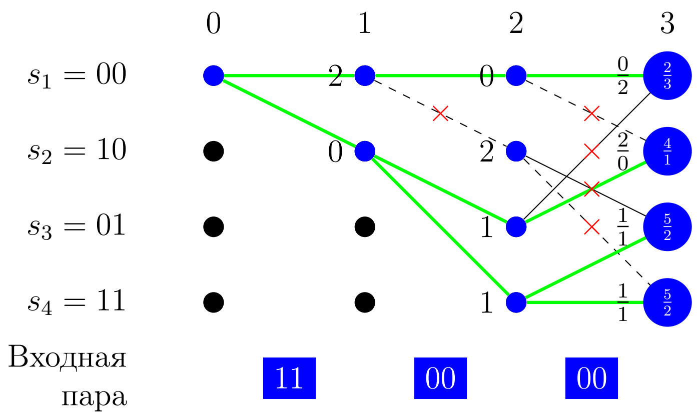

Рис. 32: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 3$

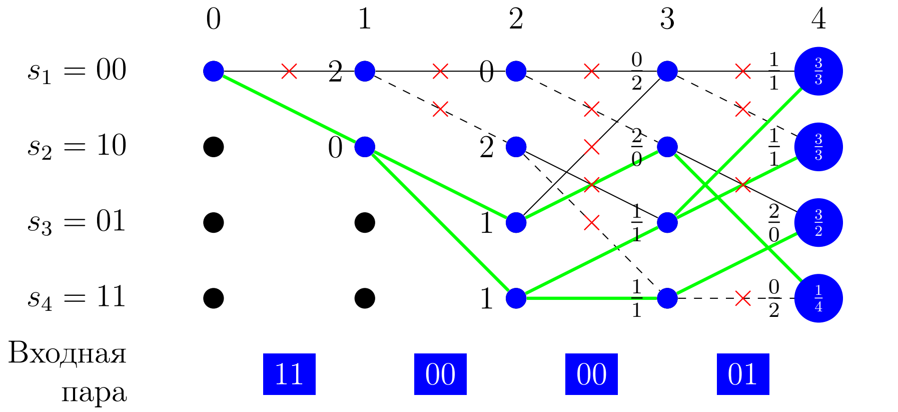

Рис. 33: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 4$

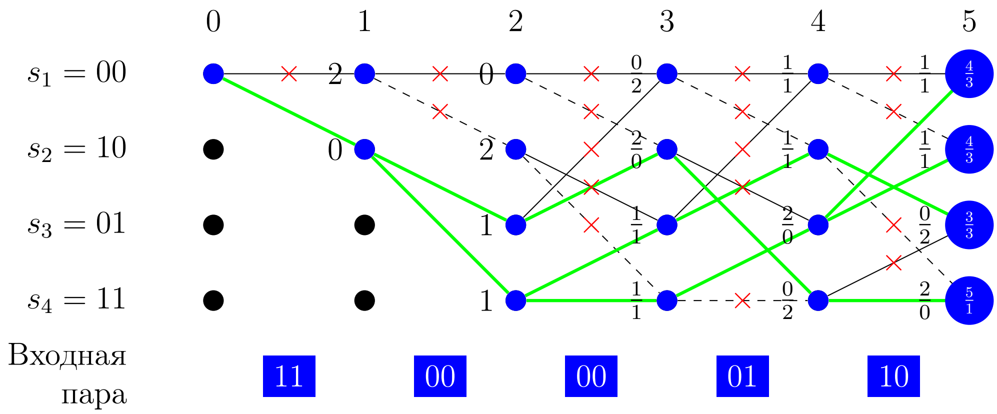

Рис. 34: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 5$

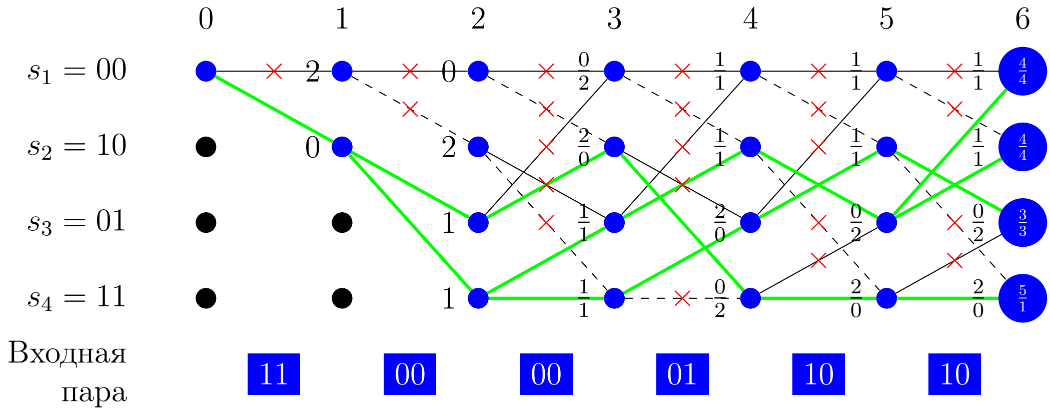

Рис. 35: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 6$

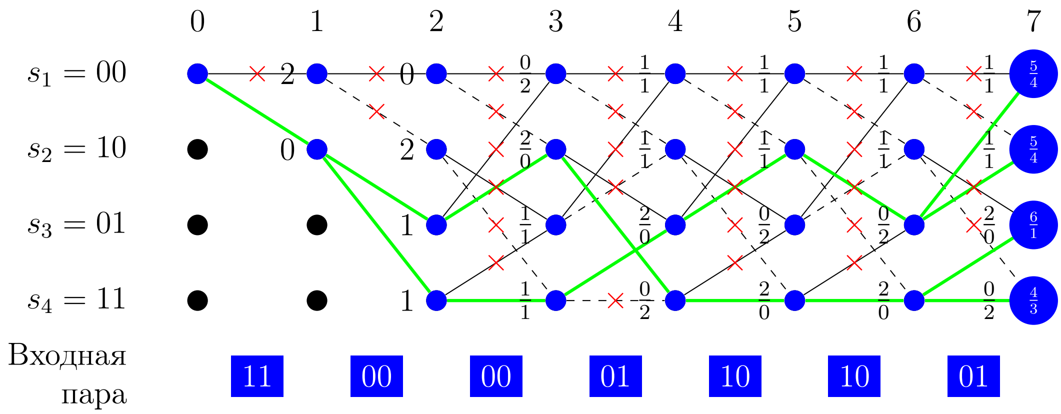

Рис. 36: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 7$

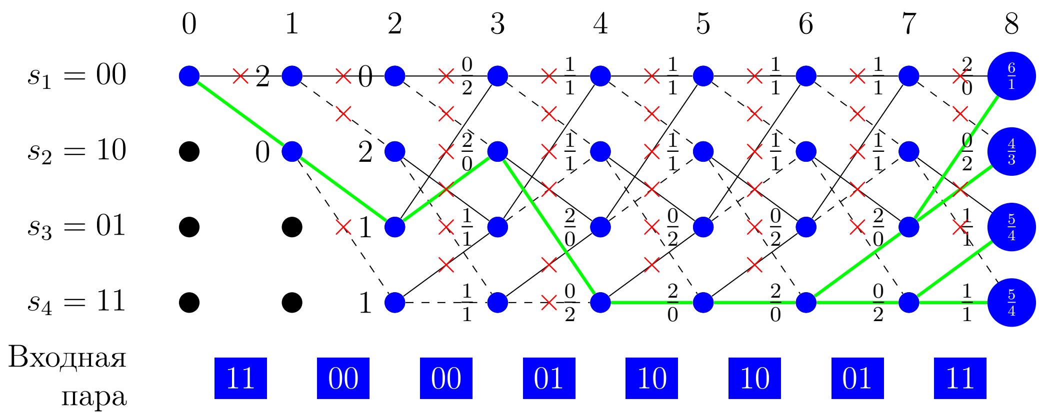

Рис. 37: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 8$

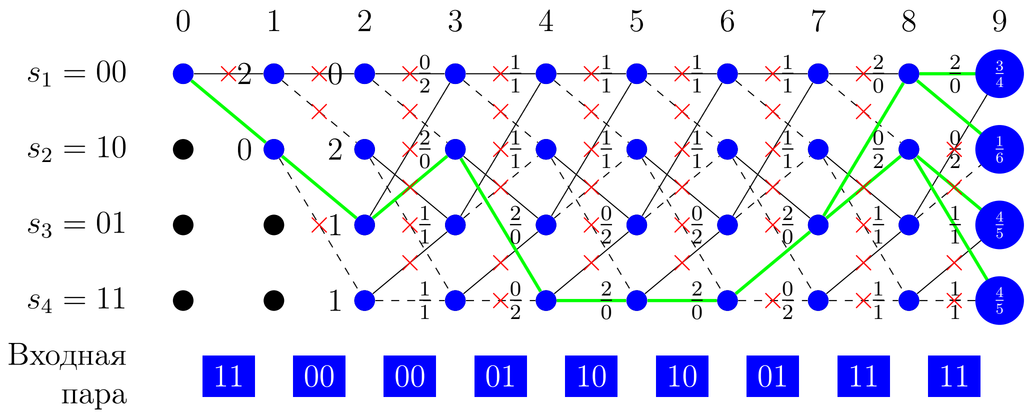

Рис. 38: Сегмент решетки декодера от $t = 0$, до $t = 9$

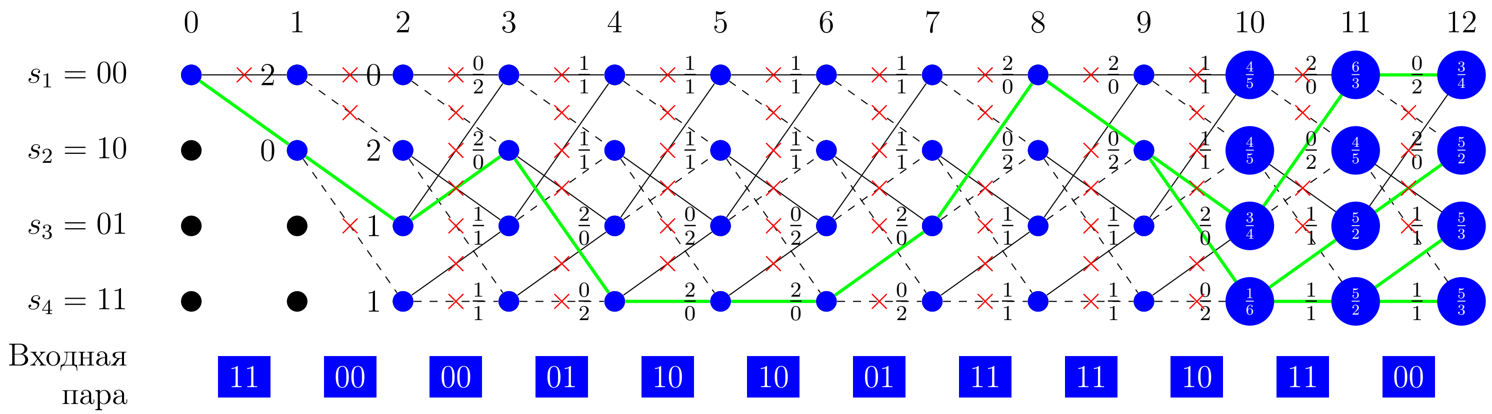

Рис. 39: Полная решетка декодера

Наложив полученный путь на решетку кодера, узнаем декодированное слово. $\overline{m}_{получ} = 101111001$